Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS EDITION • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

BTS Edition

# Mathématiques - Groupement B

**Session 2018** • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

## Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement


**1. Départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce** (13 questions) **Page 3**

**2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones** (13 questions) **Page 7**

**3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**


**Sujet officiel (PDF) :** https://btsedition.fr/assets/annales/bts-edition/E2 - Mathématiques/2018/BTS Edition - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

# 1. Départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes, et l'exercice modélise la distance parcourue par le wagon. Il étudie ensuite sa vitesse et l'aire d'une pièce dessinée pour une future gare, à partir d'un graphique et d'une fonction.

## A. Résolution d'une équation différentielle

**Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[ l'équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.**

On identifie $y' + ay = 0$ avec $a = -0,2$. La formule donne donc $y(t) = Ke^{-at} = Ke^{0,2t}$, où $K$ est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ke^{0,2t}$, avec $K \in \mathbb{R}$.

**Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = -15t - 75 est une solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.**

1. $g'(t) = -15$.
2. $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$.

La fonction vérifie bien l'équation différentielle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution de $(E)$.

**Question 3°. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.**

La solution générale est la somme d'une solution particulière, $g(t) = -15t - 75$, et des solutions de l'équation homogène, $Ke^{0,2t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $K \in \mathbb{R}$.

**Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle, sachant qu'au temps t = 0 le wagon est au point de départ et que f(0) = 0.**

1. Dans la solution générale, $f(0) = K - 75$.
2. La condition $f(0) = 0$ impose $K = 75$.

On remplace cette constante dans la solution générale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

## B. Étude de fonction et application

**Question 1° a). À partir des expressions fournies pour f et f', résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.**

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$, donc à $t \geq 0$. Cette condition est vérifiée sur tout l'intervalle étudié.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ sur $[0, 3]$, avec égalité pour $t = 0$.

**Question 1° b). Déduire de l'étude précédente les variations de la fonction f sur [0, 3].**

La dérivée étant positive sur $[0, 3]$, la fonction est croissante. Ses valeurs aux bornes sont :

| $t$ | **0** | **3** |
|---|---|---|
| $f(t)$ | 0 | $75(e^{0,6} - 1) - 45$ |
| **Variation** | croissante | |

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f$ croît de $0$ à $75(e^{0,6} - 1) - 45$ sur $[0, 3]$.

**Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute, en kilomètres, et arrondir le résultat au dixième.**

À une minute, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,6052$ km. Arrondi au dixième, le wagon a parcouru $1,6$ km.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $1,6$ km.

**Question 3° a). Sachant que la vitesse du wagon à l'instant t correspond à f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes, en kilomètres par minute, et arrondir au dixième.**

1. La vitesse est $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$ km/min.

2. À $t = 2$, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,3774$ km/min.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7,4$ km/min.

---

**Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse au regard de la vitesse visée de 400 km/h en moins de deux minutes.**

Le seuil de $400$ km/h vaut $400/60$ km/min. La vitesse atteint ce seuil lorsque $15(e^{0,2t} - 1) = 400/60$, soit $t = 5\ln(13/9) \approx 1,839$ min.

- $1,839 < 2$ minutes.
- L'objectif est donc atteint.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, le seuil de 400 km/h est atteint après environ 1,839 minute.

---

**Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.**

Au point d'abscisse 2, la pente vaut $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$. La formule de la tangente donne pour ordonnée à l'origine $f(2) - 2f'(2) = 45e^{0,4} - 75$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

---

## C. Calcul intégral

**Question 1°. À partir du graphique de la pièce, choisir l'aire A1 du rectangle OPQR parmi les trois propositions, en unités d'aire.**

| Dimension du rectangle OPQR | Valeur |
|---|---|
| Largeur | $3$ |
| Hauteur | $2,25$ |
| Aire | $3 \times 2,25 = 6,75$ |

La bonne proposition est $6,75$ u. a.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ u. a.

**Question 2°. À l'aide de la primitive fournie de g(x) = 27x/(2x² + 18), calculer l'aire A2 comprise entre la courbe de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.**

1. Sur $[0,3]$, $g(x) \geq 0$, donc $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$.
2. Avec la primitive $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2+9)$, on obtient $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln 2$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

**Question 3°. En utilisant les résultats précédents, la symétrie de la pièce par rapport à l'axe des ordonnées et le bord supérieur y = 2,25, déterminer l'aire hachurée A et l'arrondir au millième.**

Le rectangle supérieur s'étend de $x = -3$ à $x = 3$, donc son aire vaut $6 \times 2,25 = 13,5$ u. a. Par symétrie, on retire deux fois l'aire sous la courbe : $A = 13,5 - 2A_2 = 13,5 - \frac{27}{2}\ln 2$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4,143$ m$^2$.

## 2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle de smartphones, puis la réparabilité d'un lot de 50 appareils du modèle A. Il se termine par un test bilatéral destiné à vérifier une affirmation sur la marque B à partir d'un échantillon de 180 personnes.

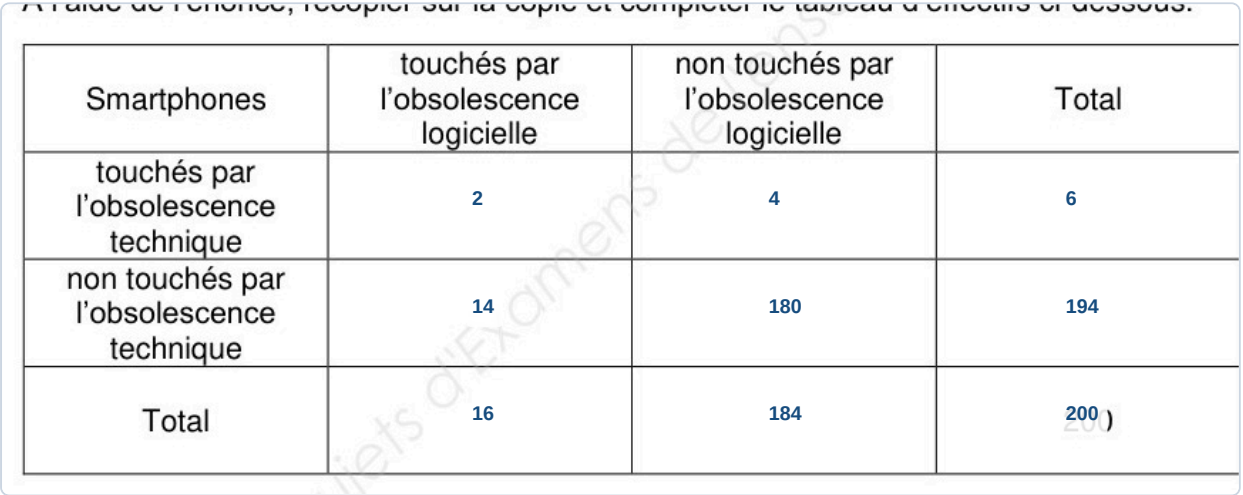
### A. Probabilités conditionnelles

**Question 1°. À partir des données de l'énoncé sur 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant les obsolescences technique et logicielle, avec les totaux.**

Sur 200 smartphones, 3 % sont touchés par T, soit 6 appareils, et 8 % par L, soit 16. Parmi les appareils touchés par L, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2. Les autres effectifs se déduisent des totaux.

| Smartphones | Touchés par L | Non touchés par L | Total |
|---|---|---|---|
| Touchés par T | 2 | 4 | 6 |
| Non touchés par T | 14 | 180 | 194 |
| Total | 16 | 184 | 200 |

Tableau d'effectifs complété




✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs croisés : 2, 4, 14 et 180. Totaux : 6, 194, 16, 184 et 200.

**Question 2°. Pour un smartphone choisi au hasard, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.**

Les données de l'énoncé donnent directement les probabilités des événements T et L. La dernière valeur est la proportion touchée par T parmi les smartphones touchés par L. On obtient donc :

$P(T) = 0{,}03$ ; $P(L) = 0{,}08$ ; $P_L(T) = 0{,}125$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0,03$ ; $P(L) = 0,08$ ; $P_L(T) = 0,125$.

**Question 3° a). À l'aide des questions précédentes, calculer P(T ∩ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par les deux types d'obsolescence.**

La probabilité d'être touché par les deux obsolescences se calcule à partir de la probabilité conditionnelle donnée dans l'énoncé :

$P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0,08 \times 0,125 = 0,01$.

La probabilité cherchée est donc de 1 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0,01$, soit 1 %.

**Question 3° b). À l'aide des questions précédentes, calculer P(T ∪ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.**

Pour « au moins l'un des deux types », on calcule l'union en retranchant l'intersection, comptée deux fois dans la somme :

- $P(T) = 0,03$
- $P(L) = 0,08$
- $P(T \cap L) = 0,01$

Donc $P(T \cup L) = 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0,10$, soit 10 %.

**Question 3° c). À l'aide des questions précédentes, calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.**

La probabilité conditionnelle demandée est le rapport entre la probabilité d'être touché par les deux obsolescences et celle d'être touché par T :

1. $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T)$.
2. $P_T(L) = 0,01 / 0,03 = 1/3 \approx 0,333$.

La valeur est arrondie au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0{,}333$, soit 33,3 %.

## B. Loi binomiale

**Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte le nombre de smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.**

Chaque prélèvement est une épreuve de Bernoulli : l'appareil est non réparable avec une probabilité de 0,045. Le tirage est assimilé à un tirage avec remise, donc les 50 épreuves sont indépendantes et ont la même probabilité de succès.

X compte le nombre d'appareils non réparables parmi ces 50 épreuves : elle suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

**Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.**

La probabilité qu'un smartphone soit réparable vaut $1 - 0{,}045 = 0{,}955$. Pour que les 50 appareils soient tous réparables, les 50 tirages indépendants doivent donner ce résultat :

$P(X = 0) = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100$.

Le résultat est arrondi au millième, comme demandé dans l'énoncé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 0) \approx 0{,}100$.

**Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme pour i allant de 0 à 3, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et les valeurs successives de S.**

À chaque étape, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Avec X suivant la loi binomiale de paramètres 50 et 0,045, les probabilités et les sommes successives, arrondies au millième, sont :

| i | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P(X = i) | 0,100 | 0,236 | 0,272 | 0,205 |
| S | 0,100 | 0,336 | 0,608 | 0,813 |

Tableau de l’algorithme complété

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 0,236 | 0,272 | 0,205 |
| | 0,336 | 0,608 | 0,813 |

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S successifs : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

**Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables dans le lot.**

À la fin de la boucle, S additionne les probabilités pour i = 0, 1, 2 et 3. Ainsi, S = P(X ≤ 3) ≈ 0,813. Environ 81,3 % des lots de 50 smartphones contiennent donc au plus trois appareils non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus trois appareils non réparables.

**Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte des lots de 50 smartphones.**

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l’espérance est E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Sur un grand nombre de lots, le nombre moyen de smartphones non réparables par lot de 50 est donc 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 : en moyenne, 2,25 smartphones non réparables par lot.

## C. Test d'hypothèse

**Question 1°. Choisir parmi les trois propositions la valeur de h arrondie au centième, sachant que sous H0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037, et que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.**

Pour une loi normale, l’intervalle central de probabilité 0,95 correspond à environ 1,96 écarts types de part et d’autre de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième. Parmi les trois propositions, on choisit 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07.

**Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.**

Le test bilatéral au seuil de 5 % conserve les fréquences situées dans l'intervalle central de probabilité 0,95 sous $H_0$. Avec h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252 :

1. Si 0,47748 ≤ f ≤ 0,62252, on ne rejette pas $H_0$.
2. Si f est à l'extérieur de cet intervalle, on rejette $H_0$ au profit de $H_1$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter $H_0$ si 0,47748 ≤ f ≤ 0,62252 ; sinon, rejeter $H_0$.

**Question 3°. Sur les 180 personnes interrogées, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Tirer la conclusion du test.**

La fréquence observée vaut f = 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse de l'intervalle de décision, 0,47748. Elle appartient donc à la région de rejet : au seuil de 5 %, l'échantillon conduit à rejeter $H_0$, c'est-à-dire l'hypothèse p = 0,55.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette $H_0$ au seuil de 5 % : la fréquence observée diffère significativement de 0,55.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS EDITION

# Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

**Bilan de l'épreuve :** Épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, Session 2018, code MATGRB1, d'une durée de 2 heures et à coefficient variable selon la spécialité. L'exercice 1 étudie le départ d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 mobilise probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée.

### Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une équation différentielle linéaire, la solution générale est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène associée.
- La dérivée de la distance par rapport au temps donne la vitesse : ici, elle s'exprime en km/min et se convertit en km/h pour comparer à l'objectif.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X=k)=C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X)=np.
- Dans un test bilatéral, la zone de non-rejet est centrée sur la proportion posée sous H0 et dépend du seuil de signification.

### Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les domaines de définition, les intervalles d'étude et les unités dans les calculs de fonctions et d'intégrales.
- Convertir les vitesses entre km/min et km/h avant de les comparer à l'objectif des ingénieurs.
- Vérifier qu'un tableau d'effectifs respecte les totaux des lignes, des colonnes et la population de 200 smartphones.
- Pour le test, comparer la fréquence observée à la zone de décision, puis formuler la conclusion au seuil de 5 %.

## Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

**Q : Comment déterminer la solution générale de l'équation différentielle de l'exercice ?**

On résout d'abord l'équation homogène, puis on ajoute sa solution générale à une solution particulière de l'équation complète. Pour vérifier une solution particulière proposée, on remplace la fonction et sa dérivée dans l'équation.

**Q : Comment calculer une probabilité conditionnelle à partir du tableau d'effectifs ?**

La probabilité de A sachant B est l'effectif de A et B divisé par l'effectif de B. Le dénominateur correspond donc au total des cas vérifiant la condition B, et non à l'effectif total de la population.

**Q : Comment organiser le temps dans cette épreuve de deux heures ?**

Le sujet comporte deux exercices de 10 points, chacun en trois parties pouvant être traitées indépendamment. Répartissez le temps entre les exercices, puis gardez quelques minutes pour vérifier les calculs, les arrondis et les unités.

**Q : Que doit contenir une conclusion complète pour le test d'hypothèse ?**

Il faut identifier la fréquence observée, la comparer à la zone de non-rejet déterminée au seuil de 5 %, puis conclure au rejet ou au non-rejet de H0. La conclusion doit répondre à la question posée sur la proportion de la population.

**Sujet officiel associé (PDF) :** https://btsedition.fr/assets/annales/bts-edition/E2 - Mathématiques/2018/BTS Edition - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
**Ressources BTS Edition :** Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.